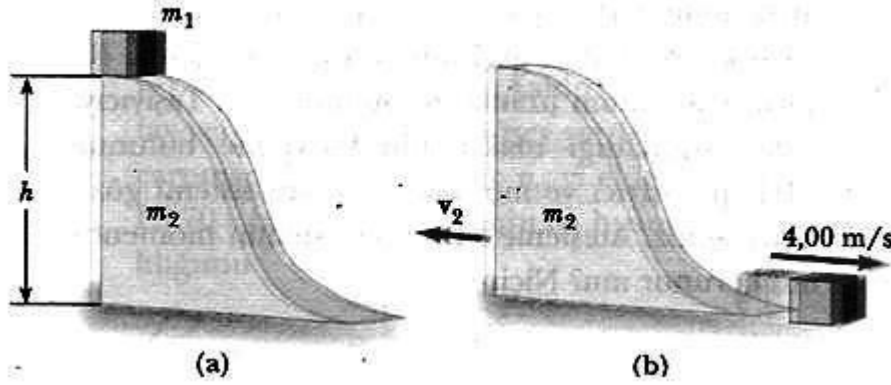


Doğrusal Momentum ve Çarpışmalar

1. Kütleli $m_1 = 0.5 \text{ kg}$ olan bir blok Şekil 1'de görüldüğü gibi, eğri yüzeyli $m_2 = 3 \text{ kg}$ kütleli bir cismin tepesinden sürtünmesiz olarak kayıyor ve sürtünmesiz yatay zemine iniyor. Blok eğri şekilli cisim yüzeyini terk ederken hızı, sağa doğru 4 m/s olarak ölçülüyor.

- a) Blok yatay zemine ulaştığı anda m_2 cisminin hızını, birim vektörler cinsinden yazınız.
b) h yüksekliğini bulunuz.



Şekil 1

$m_1 = 0,5 \text{ kg}$
 $m_2 = 3 \text{ kg}$

* Sistem ($m_1 + m_2$) üzerine yatay düzlemde dış kuvvet etkilemiyor, bu nedenle yatay doğrultuda momentum korunur $\Rightarrow \Sigma P_x = 0$

a) Sistem için momentum korunumu yazılırsa

$$\Sigma \vec{P}_x = \Sigma \vec{P}_x'$$

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2'$$

$$0 = 0,5(4\vec{i}) + 3 \cdot \vec{v}_2'$$

$$\underline{\underline{\vec{v}_2' = -\frac{2}{3}\vec{i} \approx -0,67\vec{i} \text{ m/s}}}$$

b) Sistem için enerji korunumu yazılırsa (m_1, m_2 'den henüz ayrılmadan)

$$P = 0 \Rightarrow \Delta E = 0 \Rightarrow E_1 = E_2$$

$$(K_1 + U_1)_{\text{sistem}} = (K_2 + U_2)_{\text{sistem}}$$

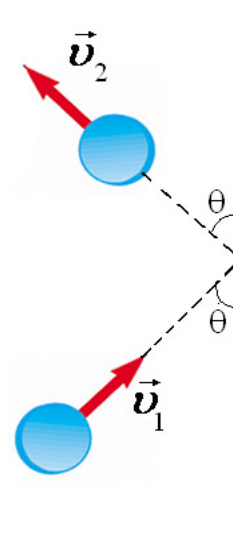
* m_1 ve m_2 beşerlikte hareketsiz, bu nedenle $K_1(\text{sistem}) = 0$
 * Yer düzeyinde ($U_3 = 0$) searidir, böylece $U_2 = 0$

$$\Rightarrow 0 + m_1 \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m_1 \cdot v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot v_2'^2 + 0$$

$$0,5 \cdot 10 \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 4^2 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^2$$

$$\underline{\underline{h = 0,93 \text{ m}}}$$

2. Şekil 2’de görüldüğü gibi, kütlesi 300 g olan bir top, 6 m/s hızla ve düşeyle 30° açı altında bir duvara çarparak, yine aynı açı ve hızla duvardan yansıyor. Topun duvarla çarpışma süresi 10 ms olduğuna göre,
a) topa etkiyen impulsu,
b) topun duvara uyguladığı kuvveti bulunuz.



Şekil 2

a) $\vec{v}_1 = v_1 \sin\theta \hat{i} + v_1 \cos\theta \hat{j}$

$m = 300 \text{ g} = 0,3 \text{ kg}$

$\vec{v}_2 = -v_2 \sin\theta \hat{i} + v_2 \cos\theta \hat{j}$

$\vec{I} = \Delta\vec{p} = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$

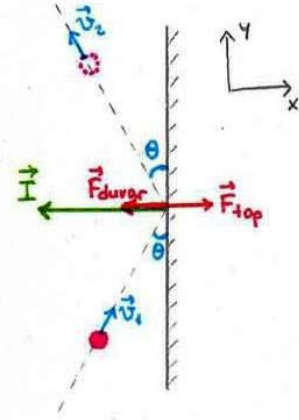
$\vec{I} = -2m v \sin\theta \hat{i}$

$\vec{I} = -2 \cdot 0,3 \cdot 6 \cdot \sin 30^\circ \hat{i}$

$\vec{I} = -1,8 \hat{i} \text{ (kg.m/s)}$

Esnek çarpışma olduğundan;

$|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2|$

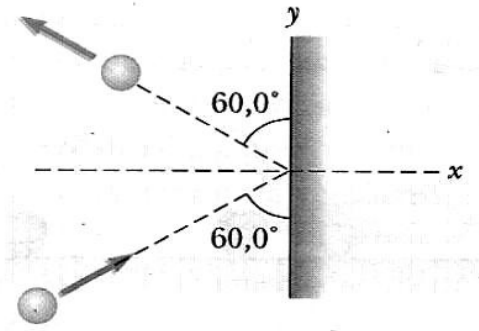


b) $\vec{F}_{\text{duvar}} = -\vec{F}_{\text{top}} = \frac{\vec{I}}{\Delta t}$

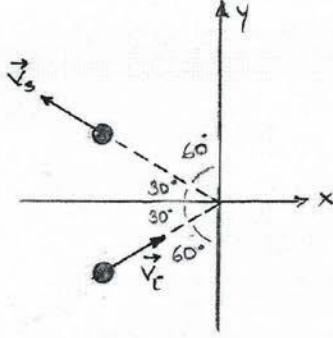
$\vec{F}_{\text{duvar}} = \frac{-1,8}{10 \cdot 10^{-3}} \hat{i} = -180 \hat{i} \text{ (N)}$

$\vec{F}_{\text{top}} = 180 \hat{i} \text{ (N)}$

3. 3 kg kütleli bir çelik top büyük bir duvara Şekil 3'deki gibi, duvarla 60° açı yapacak şekilde 10 m/s hızla çarpar ve aynı hız ve açı ile yansıtılır. Eğer top, duvarla 0.20 s temasta kalırsa duvarın topa uyguladığı ortalama kuvvet nedir?



Şekil 3



$$m = 3 \text{ kg}$$

$$\Delta t = 0,2 \text{ s}$$

$$V_i = 10 \text{ m/s}$$

$$V_s = 10 \text{ m/s}$$

$$\vec{V}_i = V_x \vec{i} + V_y \vec{j} \\ = V_i (\cos 30^\circ \vec{i} + \sin 30^\circ \vec{j})$$

$$\vec{V}_s = V_i (-\cos 30^\circ \vec{i} + \sin 30^\circ \vec{j})$$

$$\vec{P}_i = m \cdot \vec{V}_i, \quad \vec{P}_s = m \cdot \vec{V}_s$$

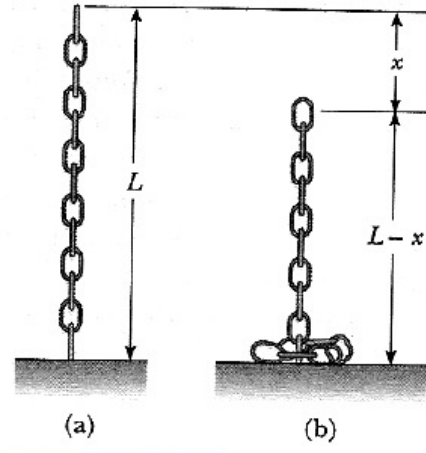
$\Delta \vec{P} = \vec{F} \cdot \Delta t$, Parçacığa etkiyen kuvvetin sabit olması durumunda $\vec{F} = \vec{F}$ dir, böylece

$$\Delta \vec{P} = \vec{F} \cdot \Delta t \rightarrow \vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} = \frac{\vec{P}_s - \vec{P}_i}{\Delta t} = \frac{m V_i [+\cos 30^\circ \vec{i} + \sin 30^\circ \vec{j} - (\cos 30^\circ \vec{i} + \sin 30^\circ \vec{j})]}{\Delta t}$$

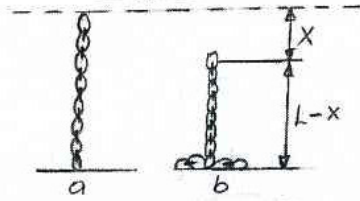
$$\vec{F} = \frac{-2 m V_i \cos 30^\circ \vec{i}}{\Delta t} = \frac{-2 \cdot 3 \cdot 10 \cdot \cos 30^\circ}{0,2} \vec{i}$$

$$= -260 \vec{i} \text{ N}$$

4. Uzunluğu L ve kütlesi M olan bir zincir, Şekil 4'deki gibi bir ucu masanın üstüne dokunacak şekilde tutulup serbest bırakılıyor. Zincir, şekildeki gibi x kadar düşünce, masanın zincire uyguladığı kuvveti bulunuz. (Masaya erişince her halkanın durduğunu kabul ediniz).



Şekil 4



Birim uzunluğun kütlesi $= \frac{M}{L}$
 dx uzunluğundaki kütle, $dm = \frac{M}{L} dx$

Düzen zincirden üzeri gelen kuvvetin büyüklüğü,

$$F_1 = \frac{dP}{dt} = \frac{dm}{dt} \cdot v = v \cdot \left(\frac{M}{L} \right) \frac{dx}{dt} = \frac{M}{L} v^2 \text{ olur. } \left(v = \frac{dx}{dt} \right)$$

x kadar düşen bir halkanın hızı, $v^2 = 2gx$

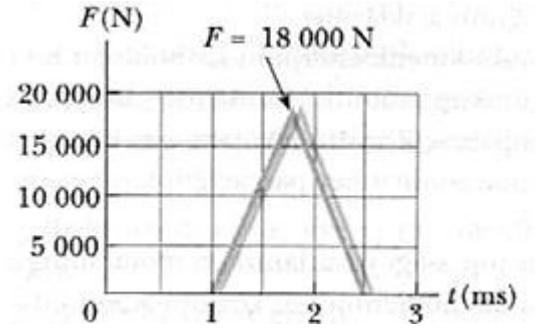
$$\Rightarrow F_1 = \frac{M}{L} (2gx)$$

- Masanın üzerinde bulunan halkalar ağırlıklarına eşit olan bir kuvvet uygular. x kadar halka düşmüş olduğundan

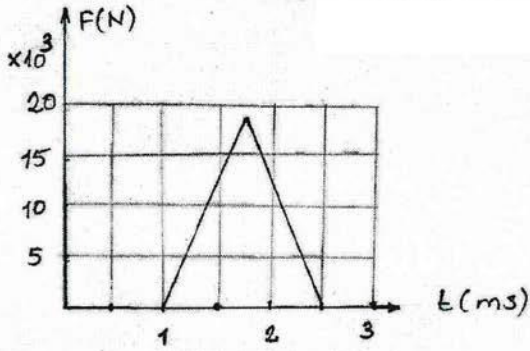
$$F_2 = \left(\frac{M}{L} \cdot x \right) g$$

$$F_{\text{toplam}} = F_1 + F_2 = \frac{M}{L} 2gx + \frac{M}{L} gx = \frac{3Mgx}{L}$$

5. Bir beyzbol topuna sopanın uyguladığı kuvvet Şekil 5'deki gibidir. Bu eğriden,
a) topa aktarılan impulsu,
b) topa uygulanan ortalama kuvveti,
c) topa uygulanan en büyük kuvveti bulunuz.



Şekil 5



a) İtme (impuls) $f-t$ grafiğinde eğrinin altındaki alana eşittir.

$$I = \frac{1}{2} (1,5 \cdot 10^{-3} \text{ s} \times 18000 \text{ N}) = 13,5 \text{ N}\cdot\text{s}$$

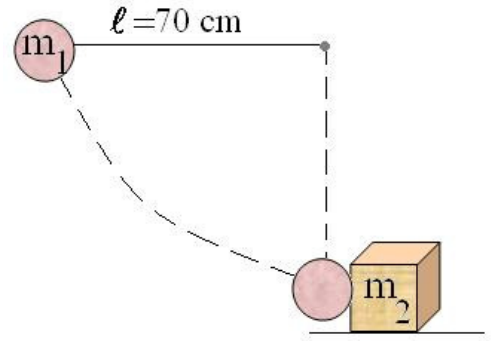
b) Ortalama kuvvet, $\vec{F} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_c}^{t_s} \vec{F} \cdot dt = \frac{\vec{I}}{\Delta t}$

$$\vec{F} = \frac{13,5 \text{ N}\cdot\text{s}}{1,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}} = \underline{\underline{9 \cdot 10^3 \text{ N}}}$$

c) Grafikten $F_{\text{max}} = 18000 \text{ N}$

6. Kütlesi $m_1=0.5$ kg olan çelik bir top, 70 cm uzunluğundaki bir ipe bağlanmıştır. İp yatay doğrultuda iken, top Şekil 6'daki gibi serbest bırakılıyor. Top, yörüngesinin en alt noktasında, sürtünmesiz bir yüzey üzerinde duran $m_2=2.5$ kg kütleli bir bloğa çarpıyor. Çarpışma esnek olduğuna göre;

- a) Topun, çarpışmadan hemen önceki ve çarpışmadan hemen sonraki hızını,
b) Bloğun, çarpışmadan hemen sonraki hızını bulunuz.



Şekil 6

v_{1i} : Topun serbest bırakıldığı andaki hızı

v_1 : Topun, blokla çarpışmadan hemen önceki hızı

v_1' : Topun, blokla çarpıştıktan hemen sonraki hızı

v_2 : Bloğun çarpışmadan önceki hızı

v_2' : Bloğun çarpışmadan hemen sonraki hızı

a) $m_1gL = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$

$$v_1 = \sqrt{2gL} \quad (1) \quad v_1 = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,7}$$

$$v_1 = 3,74 \text{ (m/s)}$$

* Çarpışma esnek olduğundan, çizgisel momentum ve kinetik enerji korunur.

Çizgisel Momentum Korunumu

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \quad (2)$$

$$v_2' = \frac{m_1}{m_2} (v_1 - v_1') \quad (4)$$

(1) ve (4), (3)'de yerine yazılırsa;

$$\frac{1}{2} m_1 (2gL) = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 \frac{m_1^2}{m_2^2} (v_1 - v_1')^2$$

$$2gL = v_1'^2 + \frac{m_1}{m_2} (2gL - 2\sqrt{2gL} v_1' + v_1'^2)$$

$$v_1'^2 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) - \frac{2m_1}{m_2} \sqrt{2gL} v_1' + 2gL \left(\frac{m_1}{m_2} - 1\right) = 0$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{0,5}{2,5} = 0,2$$

Kinetik Enerji Korunumu

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \quad (3)$$